Chapitre 3. La différenciation des produits

Nicolas Carayol
M1 MIMSE

22 avril 2013

Introduction

- Hypothèse retenue jusqu'ici : homogénéité des produits dans une approche en équilibre partiel.
- Quelles sont les conséquences sur la formation des prix lorsque l'on relâche cette hypothèse ?
- Quel est le niveau d'équilibre de la différenciation des produits ?
- Ce niveau est-il socialement optimal ?

Les différentes formes de différenciation

Deux modèles canoniques de la différenciation en sciences économiques :

- Le modèle de localisation ou concurrence spatiale (Hotelling, 1929) $\rightarrow$ modèles avec adresses.
- Le modèle de concurrence monopolistique (Chamberlin, 1933) $\rightarrow$ modèles sans adresse.

La concurrence monopolistique

Les objectifs de Chamberlin (1933)

- Chaque firme produit seule un unique bien.
- Chaque firme a une demande décroissante.
- Aucune entreprise ne fait de profit.
- Une variation de prix n'a qu'un effet négligeable sur les autres entreprises.

Les objectifs de Chamberlin (1933)

- Conséquences :
  - Les biens produits n'ont pas de substituts directs (même imparfaits).
  - Il n'y a pas d'interaction stratégique.

Le modèle de référence

- Articles de référence :
  - Spence (1976)
  - Dixit & Stiglitz (1977)
- Un bien composite produit avec des rendements d'échelle constants en quantité y.
- Il y a n biens différenciés produits par n entreprises différentes avec les structures de coûts suivantes :
  - $C_i(q_i) = K_i + c_i q_i$;
  - $K_i = K, c_i = c$.

Le modèle de référence

- Un consommateur représentatif :
  - $U(y, q_1, q_2, ..., q_n)$ avec y la quantité consommée d'un bien composite (qui sera utilisé comme numéraire) et les $q_i, i = 1, ...n$, les quantités consommées des n biens différenciés. U est croissante convexe dans tous ses arguments.
  - Pour simplifier un peu : $U(y, V(q_1, q_2, ..., q_n))$ avec V symétrique.
  - CES pour D&S77 :

$$V(q_1, ..., q_n) = \left[\sum_{i=1...n} q_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},$$

avec σ l'élasticité (constante) de substitution.

Le modèle de référence

- Le consommateur (représentatif) opère la programme suivant :

$$\max_{y, q_i, \forall i=1\dots n} U\left(y, V\left(q_1, q_2, \dots, q_n\right)\right)$$
$$\text{sc} \quad y + \sum_{i=1\dots n} p_i q_i \leq I$$

- La demande (symétrique) pour les biens différenciés est alors donnée par :

$$q_i \simeq k p_i^{-\sigma}, \text{ avec } k > 0.$$

  Cette expression néglige l'effet de la quantité de i sur la production totale.

- Le paramètre σ est l'élasticité de la demande ($-\frac{\partial q_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{q_i} \simeq \sigma$)

Le modèle de référence

- La fixation des prix par chaque entreprise $i = 1, \dots n$:

$$\max_{p_i} (p_i - c)\, q_i - K_i$$

- Il vient que :

$$p_i = \frac{c}{1 - 1/\sigma}$$

- Moins les produits différenciés sont substituables (élasticité prix σ faible), plus le prix est élevé.

Sans consommateur représentatif

- L'hypothèse d'un consommateur représentatif, si elle est acceptable en macroéconomie, est moins justifiée en micro-économie.
- Quels fondements à la fonction d'utilité représentative ?
- Soient N consommateurs
- Chaque consommateur désire acheter 1 unité de bien

Sans consommateur représentatif

- Les préférences de chaque consommateur sont données par $(b\theta_1, ..., b\theta_n)$ avec $b\theta_i$ la valeur d'une unité de bien i pour le consommateur.
- b est le paramètre d'intensité des préférences.
- $\theta_i \sim f(.)$, iid
- Le bien i est préféré au bien j si : $b\theta_i - p_i > b\theta_j - p_j$
- La probabilité que le bien i soit préféré au bien j est donnée par :

$$\begin{aligned}
&\Pr\left(\theta_i - \theta_j > \left(p_i - p_j\right)/b\right) \\
&= \Pr\left(\theta_i - \left(p_i - p_j\right)/b > \theta_j\right) \\
&= \int F\left(\theta_i + \left(p_j - p_i\right)/b\right) f\left(\theta_i\right) d\theta_i
\end{aligned}$$

Sans consommateur représentatif

- Pour n produits et N consommateurs, le nombre espéré de produits i choisis par les consommateurs est donné par :

$$Q_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n) = N \prod_{j \neq i} \int F\left(\theta_i + \left(p_j - p_i\right)/b\right) f\left(\theta_i\right) d\theta_i.$$

- On voit que l'intensité des préférences b paramétrise en réalité les effets des écarts de prix sur la demande.

Sans consommateur représentatif

- On suppose $\theta_i \sim U[u, v] \rightarrow$
- $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < u \\ \frac{x-u}{v-u} & \text{si } u \leq x \leq v \\ 1 & \text{si } x > v \end{cases}$,
- $f(x) = \begin{cases} 1/(v-u) & \text{si } u \leq x \leq v \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Sans consommateur représentatif

- $\pi_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n) = (p_i - c)\, Q_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n)$
- $Q_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n) = N \left(\int_u^v \frac{\theta_i + \left(p_j - p_i\right)/b - u}{(v-u)^2} d\theta_i \right)^{n-1} = N \left(\frac{\left(2\left(p_j - p_i\right) + b(v-u)\right)}{2b(v-u)} \right)^{n-1}$
- $\pi_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n) = (p_i - c)\, N \left(\frac{\left(2\left(p_j - p_i\right) + b(v-u)\right)}{2b(v-u)} \right)^{n-1}$
- $\max_{p_i} \pi_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n)$
- $\frac{\partial \left[(p_i - c) N \left(\frac{\left(2\left(p_j - p_i\right) + b(v-u)\right)}{2b(v-u)} \right)^{n-1} \right]}{\partial p_i} = 0$

Sans consommateur représentatif

- Equilibre symétrique : $p_i = p_j = p$
  - $\left(\frac{1}{2b(u-v)}\left(b\left(u-v\right)\right)\right)^{n-1} - \frac{(c-p)(n-1)}{b(u-v)}\left(\frac{1}{2b(u-v)}\left(b\left(u-v\right)\right)\right)^{n-2} = 0$
- $$\rightarrow p = c + b\frac{v-u}{2n-2}$$
- $p \rightarrow c$ (Bertrand homogène) si $n \rightarrow \infty$ ou $b \rightarrow 0$

Sans consommateur représentatif

La différenciation est-elle optimale ? (non démontré)

- Condition de libre entrée : $\pi_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}, n) = 0$,
- Maximisation du surplus : $n^* = \tilde{n} - 1$.

Equilibre et efficience : discussion dans le cas plus général

- Deux effets qui jouent en sens contraire :
  - Non appropriabilité du surplus social : en général une firme ne peut pas capter la totalité du surplus social. Il y a un effet externe positif sur les consommateurs $\rightarrow$ il y aura donc trop peu de biens.
  - Le business stealing : l'introduction d'un bien exerce une externalité négative sur les autres entreprises. Cet effet pousse les entreprises à introduire trop de biens.

Les modèles avec adresses

- Jusqu'à présent il n'y avait pas de concurrence directe entre les produits qui seraient plus particulièrement aisément substituables du point de vue des consommateurs.
- Un bien est désormais décrit par : (θ, p), avec p le prix, et θ la localisation, cad une caractéristique dans un spectre donné, la qualité du bien...
- Dans le modèle de Lancaster dans lequel les biens disposent de plusieurs caractéristiques dans des proportions données z. Si deux caractéristiques, $\theta = z_1/z_2$.

Les modèles avec adresses

- Deux grand types de différenciation dans les modèles avec adresse :
  - Différenciation horizontale : les biens sont appréciés de manière différente par les consommateurs sans accord sur l'ordre,
  - Différenciation verticale : les biens sont appréciés de manière différentes par les consommateurs avec accord sur l'ordre.

La différenciation horizontale

- Deux types de différenciation horizontale :
  - linéaire (Hotelling)
  - circulaire (Salop)

La ville linéaire

- Une ville de longueur unitaire.
- Les consommateurs de masse unitaire sont uniformément localisés sur le segment.
- Hypothèse de départ : les deux magasins sont localisés aux extrémités de la ville : 1 est en $x = 0$ et 2 en $x = 1$.
- Le consommateur i localisé en x_i, supporte le coût de transport de tx_i^2 pour aller à 1 et $t(1 - x_i)^2$ pour aller à 2. Son utilité brute est v.

La ville linéaire

- La notion d'équilibre est l'Equilibre de Nash en prix.
- Un consommateur indifférent entre les deux firmes est localisé en $\tilde{x}$ tq : $p_1 + t\tilde{x}^2 = p_2 + t(1-\tilde{x})^2$, cad

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} - \frac{p_1 - p_2}{2t}.$$

- Les demandes sont alors :
  - $D_1(p_1, p_2) = \tilde{x} = \frac{1}{2} - \frac{p_1 - p_2}{2t}$,
  - $D_2(p_1, p_2) = 1 - \tilde{x} = \frac{1}{2} - \frac{p_2 - p_1}{2t}$.

La ville linéaire

- Les profits :
  - $\pi_1(p_1, p_2) = (p_1 - c) D_1(p_1, p_2) = (p_1 - c)\left(\frac{1}{2} - \frac{p_1 - p_2}{2t}\right)$
  - $\pi_2(p_1, p_2) = (p_2 - c) D_2(p_1, p_2) = (p_2 - c)\left(\frac{1}{2} - \frac{p_2 - p_1}{2t}\right)$
- Concurrence en prix : $\max_{p_1} \pi_1(p_1, p_2)$ et $\max_{p_2} \pi_2(p_1, p_2)$
- Donne :

$$p_1 = p_2 = c + t;$$
$$\pi_1 = \pi_2 = t/2$$

- Si les deux firmes étaient à la même adresse : $p_1 = p_2 = c; \pi_1 = \pi_2 = 0$

La ville linéaire

- Endogénéisons maintenant la localisation des deux entreprises : concurrence en deux étapes, localisation puis concurrence en prix.
- 1 est en a et 2 est en $1-b$ avec $1-b-a \geq 0$ (1 est à gauche de 2).
- Si $a=b=0$, différenciation max, si $a+b=1$, différenciation minimale.
- Le consommateur indifférent entre les deux firmes est localisé en $\tilde{x}$ tq :

$$p_1 + t\left(\tilde{x}-a\right)^2 = p_2 + t(1-b-\tilde{x})^2,$$

La ville linéaire

- Après résolution, on obtient la demande :

  $$D_1(p_1, p_2; a, b) = \tilde{x}(p_1, p_2; a, b) = a + \frac{1-a-b}{2} - \frac{p_1 - p_2}{2t(1-a-b)}$$

  C'est à dire : partie "réservée", la moitié de la zone de concurrence et l'effet des différences de prix sur le demande dans la zone de concurrence.
- Et : $D_2(p_1, p_2; a, b) = 1 - \tilde{x}(p_1, p_2; a, b)$

La ville linéaire

Deuxième étape :

- $\pi_1(p_1, p_2; a, b) = D_1(p_1, p_2; a, b) \cdot (p_1 - c)$
- Concurrence en prix : $\max_{p_1} \pi_1(p_1, p_2)$ et $\max_{p_2} \pi_2(p_1, p_2)$
- $p_1^*(a, b) = c + t(1 - a - b)\left(1 + \frac{a-b}{3}\right)$
- $p_2^*(a, b) = c + \underbrace{t(1 - a - b)\left(1 - \frac{a-b}{3}\right)}_{\text{marge}}$
- La marge croît avec t et $(1 - a - b)$.

La ville linéaire

Première étape :

- Nous cherchons la localisation d'équilibre (a^*, b^*)
- La fonction de profit s'écrit :

$$
\begin{aligned}
\pi_1(a, b) &= \pi_1(p_1^*(a, b), p_2^*(a, b); a, b) \\
&= (p_1^*(a, b) - c)\, D_1\left(p_1^*(a, b), p_2^*(a, b); a, b\right)
\end{aligned}
$$

- Programmes de première période :

$$
\begin{gathered}
\max_a \pi_1(a, b), \\
\max_b \pi_2(a, b)
\end{gathered}
$$

La ville linéaire

Equilibre intérieur :

- $\frac{d\pi_1 \pi_1(p_1^*(a,b),p_2^*(a,b);a,b)}{da} =$
$$\underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial a}}_{\text{effet direct (BS)}>0} + \underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1}}_{=0} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial a}}_{\text{effet stratégique}<0}$$
- Effet direct (demande) : $\frac{\partial \pi_1}{\partial a} = (p_1^*(a,b) - c)\,\frac{\partial D_1}{\partial a} > 0$
- Effet stratégique : $\frac{\partial \pi_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial a} < 0$

La ville linéaire

- Dans ce modèle : $\frac{d\pi_1(p_1^*(a,b),p_2^*(a,b);a,b)}{da} < 0, \forall a, b$
- $\rightarrow$ Différenciation maximale à l'équilibre : $(a^*, b^*) = (0, 0)$
- $p_1^* = p_2^* = c + t$
- Remarque : Profits> 0 $\rightarrow$ une autre réponse au paradoxe de Bertrand (cf. Chapitre 2).

La ville linéaire

La différenciation optimale ?

- Le programme du régulateur est :

$$\max_{a,b} \Big\{ (p_1 - c)\,\tilde{x} + (p_2 - c)(1 - \tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} (v - p_1 - t(x-a)^2)dx + \int_{\tilde{x}}^1 (v - p_2 - t(x-1+b)^2)dx \Big\}$$

- Qui devient

$$\max_{a,b} \Big\{ v - c - \int_0^{\tilde{x}} (t(x-a)^2)dx - \int_{\tilde{x}}^1 t(x-1+b)^2 dx \Big\}$$

La ville linéaire

La différenciation optimale ?

- On peut supposer la symétrie ici : $\rightarrow a = b$ et $\tilde{x} = 1/2$
- On obtient le programme :

$$\max_a - \int_0^{1/2} t(x-a)^2 dx$$

- FOC : $\frac{\partial\left(\left[ta^2x - tax^2 + \frac{1}{3}tx^3\right]_0^{1/2}\right)}{\partial x} = 0 \rightarrow t(\frac{1}{4} - a) = 0$
- La localisation optimale $\left(\hat{a}, \hat{b}\right)$ est donnée par :

$$\hat{a} = \hat{b} = 1/4$$

- Les biens sont trop différenciés à l'équilibre, car

$$\hat{a} = \hat{b} > a^* = b^* = 0$$

La ville linéaire

Remarques

- Si les coûts de transports sont linéaires (et non quadratiques), la conclusion est renversée.
- Deux effets contradictoires sont en jeu :
  - un effet taille de marché (qui incite à aller vers le centre)
  - et un effet de réduction de la compétition (qui incite à aller vers la périphérie)

La ville circulaire

- Ville circulaire avec consommateurs distribués uniformément de masse unitaire.
- Espace des produits totalement homogène.
- Permet de poser la question de l'entrée & de la localisation.
- Coûts de transport linéaires cx et coûts d'entrée fixes F.

La ville circulaire

- Salop (1979) : Jeu d'entrée en deux étapes : entrée puis concurrence en prix.
- Espacement uniforme entre entreprises (écart entre entreprises voisines de $1/n$).
- Coûts de transports linéraires paramétrés par t.
- Le consommateur indifférent entre ses deux fournisseurs les plus proches (i en 0, et un autre en $1/n$) est situé en $\tilde{x} \in [0, 1/n]$ tel que : $p_i + t\tilde{x} = p + t(1/n - \tilde{x})$.
- $\rightarrow \tilde{x} = \frac{p+t/n-p_i}{2t}$

La ville circulaire

- La demande qui s'adresse à i si ses deux plus proches voisins posent p est : $D_i(p_i, p) = 2\tilde{x} = \frac{p+t/n-p_i}{t}$.
- $\max_{p_i} (p_i - c)\, D_i(p_i, p) - F$
- L'équilibre symétrique de deuxième période est donné par :

$$p^* = c + t/n$$

La ville circulaire

- Condition de profit nul (à la deuxième période) détermine l'entrée : $\pi(p^*) = 0 \to \frac{t}{n^2} - F = 0 \to$

$$n^* = (t/F)^{1/2}$$

- Le prix d'équilibre de libre entrée est donc :

$$p^* = c + (tF)^{1/2}$$

La ville circulaire

- Or l'optimum (min coûts fixes + coûts de transport) est caractérisé par :
$$\hat{n} = n^*/2$$
- Il y trop d'entrée et les produits sont trop différenciés
- Remarque : même résultat avec des coûts quadratiques

La différenciation verticale

- Gabszevitz et Thisse
- Shaked & Sutton 1983
- Jeu en deux étapes : qualités puis concurrence en prix.
- $U = \theta s - p$
- $\theta \sim U\left[\underline{\theta}, \bar{\theta}\right]$ est le goût pour la qualité d'une masse unitaire de consommateurs.
- On suppose ici que $\bar{\theta} - \underline{\theta} = 1$.
- Les qualités proposées sont s_1 et s_2 $(s_1 < s_2)$: $\Delta s = s_2 - s_1$.
- Un consommateur est indifférent si $\tilde{\theta} s_1 - p_1 = \tilde{\theta} s_2 - p_2 \rightarrow \tilde{\theta} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta s}$.

La différenciation verticale

Les demandes individuelles

- $D_1(p_1, p_2) = 1 \times \Pr\left(\theta < \tilde{\theta}\right) = F\left(\tilde{\theta}\right) = \frac{\tilde{\theta} - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} = \tilde{\theta} - \underline{\theta} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta s} - \underline{\theta}$
- $D_2(p_1, p_2) = 1 \times \Pr\left(\theta > \tilde{\theta}\right) = 1 - F\left(\tilde{\theta}\right) = 1 - \frac{\tilde{\theta} - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} = \bar{\theta} - \tilde{\theta} = \bar{\theta} - \frac{p_2 - p_1}{\Delta s}$

La différenciation verticale

Les fonctions de profit

- $\pi_1 \left(p_1, p_2, s_1, s_2\right) = \left(p_1 - c\right) \left(\frac{p_2 - p_1}{\Delta s} - \underline{\theta}\right)$
- $\pi_2 \left(p_1, p_2, s_1, s_2\right) = \left(p_2 - c\right) \left(\overline{\theta} - \frac{p_2 - p_1}{\Delta s}\right)$

La différenciation verticale

Le jeu de fixation des prix (deuxième étape)

- FOC1 : $\frac{\partial(\pi_1(p_1,p_2;s_1,s_2))}{\partial p_1} = 0$
- $\rightarrow \frac{p_2-p_1}{\Delta s} - \underline{\theta} - (p_1 - c)/\Delta s = 0$
- $\rightarrow p_1(p_2; s_1, s_2) = (p_2 - \Delta s\underline{\theta} + c)/2$
- Fonction de réaction de 1

La différenciation verticale

- FOC2 : $\frac{\partial(\pi_2(p_1,p_2;s_1,s_2))}{\partial p_2} = 0$
- $\rightarrow \bar{\theta} - \frac{p_2 - p_1}{\Delta s} - (p_2 - c)/\Delta s = 0$
- $\rightarrow \bar{\theta}\Delta s - p_2 + p_1 - p_2 + c = 0$
- $\rightarrow p_2(p_1; s_1, s_2) = \left(p_1 + \Delta s\bar{\theta} + c\right)/2$
- Fonction de réaction de 2

La différenciation verticale

- Equilibre de Nash :
- $p_2^*(s_1, s_2) = c + \frac{2\bar{\theta}-\underline{\theta}}{3}\Delta s$
- $p_1^*(s_1, s_2) = c + \frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}\Delta s$
- Clairement $p_2^* > p_1^*$.
- Il suit que :
  $\pi_2^*(s_1, s_2) = \left(\frac{2\bar{\theta}-\underline{\theta}}{3}\right)^2 \Delta s > \pi_1^*(s_1, s_2) = \left(\frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}\right)^2 \Delta s$

La différenciation verticale

- Hypothèses :
  - H1. $\bar{\theta} \geq 2\underline{\theta}$ (degré d'hétérogénéité des consommateurs suffisant) et
  - H2. $c + \frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}\Delta s \leq \underline{\theta} s_1$ assure qu'aux prix d'équilibre, le marché est couvert, cad tous les consommateurs achètent leur unité (hétérogénéité pas trop importante des consommateurs)

La différenciation verticale

Jeu de définition des qualités (première étape)

- $s_i \in [\underline{s}, \bar{s}]\,, \forall i = 1, 2$, avec $\underline{s}$, $\bar{s}$ tels que H2 est supposé respectée.
- Rque : si les biens ne sont pas différenciés, les entreprises ne font pas de profit à l'équilibre.
- De manière générale, π_i augmente avec Δs (vérifier que $\partial \pi_i^* / \partial \Delta s > 0$)
- Deux équilibres sont possibles :
    - $s_1 = \underline{s}, s_2 = \bar{s}$
    - $s_2 = \underline{s}, s_1 = \bar{s}$
- Différenciation maximale.

La différenciation verticale

- Si H2 non vérifié (forte hétérogénéité des consommateurs) : la différenciation n'est plus maximale car sinon les entreprises perdent une part de leur chiffre d'affaire en raison de consommateurs qui ne seraient plus servis (au milieu).
- Si H1 non vérifié : alors la firme 1 (qui produit la qualité la plus faible) n'a plus de demande car la firme 1 fixe un prix $p_2^* = c + \Delta s/2$ qui fait ainsi un profit positif.

La différenciation bidimensionnelle

- Le modèle de différenciation verticale s'accommode de l'introduction de la différenciation horizontale
- Shaked & Sutton (1987)
- Produit défini par (u, h)
- Un consommateur se définit par une adresse (horizontale) α et son revenu Y, son consentement à payer pour la qualité étant uniquement déterminé par le revenu.
- Son utilité pour la consommation d'une unité du bien est donnée par : $U(u, d, y)$ avec $d = |h - \alpha|$ et $y = Y - p$. Hyp : $U_u > 0, U_d < 0, U_{ud} > 0$

L'innovation

- Pourquoi la qualité des produits serait-elle bornée ?
- Le modèle de différenciation verticale est un bon support pour traiter de l'innovation produit
- Approche séquentielle : dite des "quality ladders" (leaders successifs en qualité).
- Permet de discuter d'un processus d'entrée conditionnée à de la R&D $\rightarrow$ innovations séquentielles.